

dy

CÁLCULO

DIFERENCIAL

dx

Quinto Semestre

Área 2

Luis Castro Pérez

2019

Instituto Valladolid Preparatoria

José Juan Tablada 1111, Santa María de Guido.

Teléfono (01 - 443) 3 - 23 - 51 - 50

fax: (01 - 443) 3 - 23 - 57 - 03

Morelia, Mich.

<http://prepa.valladolid.edu.mx>

www.fic.umich.mx/%7elcastro

4lcastro9@gmail.com

Derechos reservados

© 2004, Luis Castro Pérez.

Queda prohibida la reproducción o transmisión total o parcial del contenido de la presente obra bajo cualquiera de sus formas electrónica o mecánica sin el consentimiento previo y por escrito del autor.

Impreso en México.

2019

ÍNDICE GENERAL

1	<hr/>	1
	LÍMITES	
1.1	Concepto intuitivo	1
	Ejercicio 1.1	6
1.2	La división entre cero y entre infinito	7
1.3	Cálculo de límites de funciones	8
	Ejercicio 1.2	11
1.4	Límites indeterminados	12
1.4.1	Forma $\frac{0}{0}$ para funciones racionales	13
	Ejercicio 1.3	19
1.4.2	Forma $\frac{0}{0}$ para funciones irracionales	20
	Ejercicio 1.4	27
1.4.3	Forma $\frac{\infty}{\infty}$ para funciones racionales	28
	Ejercicio 1.5	32
2	<hr/>	33
	INCREMENTOS	
2.1	Concepto	33
	Ejercicio 2.1	40
3	<hr/>	41
	LA DERIVADA	
3.1	Definición	41
3.2	Derivada por incrementos	43
	Ejercicio 3.1	50

4	LA DERIVADA POR FÓRMULAS	51
4.1	Fórmulas	51
4.2	Fórmulas básicas	53
	Ejercicio 4.1	64
4.3	Fórmulas genéricas	65
	Ejercicio 4.2	70
5	FÓRMULAS DEL PRODUCTO Y DEL COCIENTE	71
5.1	Fórmula de la raíz cuadrada	71
5.2	Fórmula del producto	73
5.3	Fórmula del cociente	76
	Ejercicio 5.1	80
6	FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	83
6.1	Funciones trascendentes	83
6.2	Fórmulas para funciones trigonométricas	88
	Ejercicio 6.1	99
7	MÁXIMOS Y MÍNIMOS	101
7.1	Interpretación geométrica de la derivada	101
7.2	Máximos y mínimos	109
	Ejercicio 7.1	115
7.3	Aplicación de máximos y mínimos	116
	Ejercicio 7.2	132
8	FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS	135
8.1	Funciones exponenciales y logarítmicas	135
8.2	Propiedades de los logaritmos	139
8.3	Fórmulas	139

Ejercicio 8.1 157

9 **159**
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

9.1 Funciones trigonométricas inversas 159
9.2 Fórmulas 160
Ejercicio 9.1 164

10 **165**
DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

10.1 Derivadas de orden superior 165
Ejercicio 10.1 168

11 **169**
FUNCIONES IMPLÍCITAS

11.1 Funciones implícitas 169
Ejercicio 11.1 178

..... **179**
APÉNDICE A

Formulario 179

..... **184**
APÉNDICE B

Reglas de escritura 184

..... **197**
SOLUCIONES

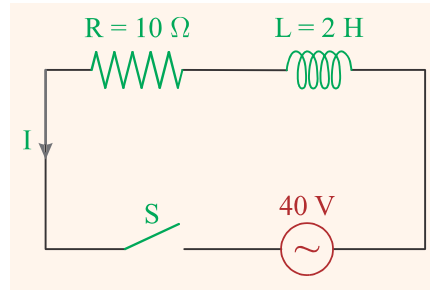
INTRODUCCIÓN

Este libro de Cálculo Diferencial está pensado y estructurado para estudiantes de preparatoria tomando en cuenta, además de los programas oficiales, su nivel de madurez y de conocimientos alcanzados hasta el momento en que llegan al presente semestre.

El enfoque fuerte que se le ha dado al libro es a la parte operacional, lo que comúnmente se le suele llamar “a la talacha”, a pesar de que muchas tendencias didácticas actuales condenan la enseñanza del Cálculo basada en ella, aconsejando que se dé casi toda la importancia a la comprensión del concepto de la derivada.

Según las teorías de la didáctica moderna de la enseñanza del Cálculo, los alumnos no aprenden el Cálculo o les cuesta tanto trabajo porque no entienden el concepto de lo que es la derivada. Y los teóricos de esta corriente han dedicado horas y horas a intentar descubrir procedimientos, técnicas y/o recursos aúlicos para facilitarle o evidenciarle al alumno dicho concepto de la derivada. Muchos creen haberlo encontrado o descubierto ya. O bien, consideran que es más importante que el estudiante comprenda el concepto de la derivada a que adquiera la habilidad operacional para poder derivar cualquier función que se le presente.

Sin embargo, en la vida profesional solamente a los licenciados en alguna carrera puramente matemática les resulta útil o necesario dominar el concepto mencionado. Para los ingenieros, economistas, biólogos y profesionistas que en su quehacer requieren emplear el cálculo, lo que realmente necesitan es saber y dominar la parte operacional. Por ejemplo, un ingeniero electricista podrá encontrar, para cualquier tiempo t , el valor de la corriente eléctrica I del circuito de la siguiente figura



a partir de ciertas condiciones iniciales, resolviendo la ecuación diferencial

$$\frac{di}{dt} + 5i = 20$$

para lo cual lo único que requiere es habilidad operacional; en nada le ayudará tener claro y fresco en la mente el concepto de la derivada. Un Biólogo que sepa que un cultivo de bacterias crece a razón proporcional a la cantidad presente, podrá hallar el número existente para cualquier tiempo t resolviendo la ecuación diferencial

$$\frac{dN}{dx} - kn = 0$$

para lo cual, otra vez, lo único que requiere es habilidad operacional ya que en nada le ayudará tener claro y fresco en la mente el concepto de la derivada. Y así podrían ponerse un sinnúmero de ejemplos de las diferentes profesiones en que se requiere la utilización del cálculo para resolver problemas de la vida real.

Desde esta perspectiva de los didactas actuales parecería que los estudiantes, una vez comprendido el concepto de la derivada, casi automáticamente aprenderán a derivar cualquier función. Y no es así. La realidad está muy lejana a esas románticas teorías. Si a un discente se le hace comprender perfectamente el significado de la derivada, ¿le ayudará en algo para poder derivar la función $y = \tan^4 \left(\ln \sqrt{4x^2 - 3} \right)$. Claro que no. Sencillamente en nada.

Por esta razón, el presente libro ha dado casi toda la importancia a las técnicas de derivación de cualquier función operacionalmente, explicando paso a paso en cada ejemplo lo que debe hacer el estudiante para dominarlas.